

## 5 ЛЕКЦИЯ

**Сақталу заңдары. Сақталу заңдарының кеңістік пен уақыт симметрияларымен байланысы**

Теориялық механика – физикалық нүктелердің қозғалысын және материалдық нүктелер жүйесін, сондай-ақ олардың өзара әсерлесуін зерттейтін физиканың саласы. Механиканың негізгі принциптерінің бірі – сақталу заңдары денелердің қозғалысын түсіну мен сипаттауда маңызды рөл атқарады. Бұл тарауда біз импульс, импульс моменті, энергияның сақталу заңдары және кеңістік пен уақыт симметриялары арасындағы байланысты қарастырамыз.

Симметриялар теориялық механиканың негізгі элементі болып табылады, өйткені олар күрделі жүйелерді қарапайым жүйеге сәйкестендіруге және сипаттауға көмектеседі. Жүйенің симметриясы белгілі бір түрлендірулер кезінде оның қасиеттерінің өзгермейтіндігін білдіреді. Атап айтқанда, импульстің, импульс моментінің және энергияның сақталу заңдарымен сипатталатын кеңістік пен уақыттың симметрияларын қарастырамыз.

Механикадағы сақталу заңдары денелердің қозғалысын сипаттауда маңызды рөл атқарады. Олар жүйенің қозғалысы барысында белгілі бір шамалардың сақталатынын анықтайды. Мысалы, импульстің сақталу заңы тұйық жүйеде барлық денелердің импульстарының қосындысы тұрақты болып қалатынын айтады. Бұл заңдардың терең физикалық негіздері бар және симметрия принциптерімен байланысты.

Бұл тараудың мақсаты импульс, импульс моменті, энергияның сақталу заңдары, кеңістік пен уақыт симметриялары арасындағы байланысты зерттеу болып табылады. Жүйенің консерватизміне және оның құрылымының симметриясына байланысты механиканың принциптерін қарастырамыз. Атап айтқанда, кеңістік пен уақыттың симметриялары денелердің қозғалысына қалай әсер ететінін және оларды механикадағы есептерді шешуде қалай қолдануға болатынын білеміз.

Сонымен механикалық жүйе қозғалысқа түскенде оның механикалық күйін сипаттайтын  $q_i, \dot{q}_i$  шамалары уақытқа тәуелді өзгереді ( $i=1,2,\dots,s$ ). Бірақ, осы шамалардың кейбір функциялары қозғалыс кезінде өздерінің алғашқы шарттарға тәуелді мәндерін сақтап қалады екен. Осы функцияларды қозғалыс интегралдары деп атайды.

Осы қозғалыс интегралдарының кейбірі кеңістік пен уақыттың біртектілігі және изотроптылығы қасиеттерімен байланысты екен. Барлық осы сақталып тұрған шамалардың ортақ аддитивтік қасиеті бар. Яғни бір-бірімен әсерлеспейтін бөлшектерден тұратын жүйе үшін осы сақталатын шамалардың мәндері әрбір бөлшектің жеке-жеке мәндерінің қосындысынан тұрады.

Осы шамалардың аддитивтілігінің механикалық маңызы жоғары болып табылады. Екі дене біршама уақыт мезетінде бір-бірімен әсерлесін деп есептейік. Жүйенің әсерлескенге дейінгі және кейінгі аддитивтік

интегралдары мәндері осы денелердің жеке-жеке аддитивтік интегралдарының мәндерінің қосындысына тең болғандықтан, осы шамалардың сақталу заңдары егер олардың әсерлескенге дейінгі күйлері белгілі болса, әсерлескеннен кейін де денелердің күйі туралы мағлұмат алуға болады.

**Энергияның сақталу заңы.** Уақыттың біртектілігінен туатын сақталу заңын қарастырамыз. Уақыттың біртектілігі физиканың заңдары мен қасиеттерінің уақытқа тәуелсіз екенін білдіретін кеңістік уақыт қасиетін білдіреді. Басқаша айтқанда, жүйе уақыт бойынша біртекті болса, оның қасиеттері мен күйі уақыт бойынша өзгермейді және физикадағы негізгі симметриялардың бірі және көптеген физикалық теорияларда маңызды теория болып табылады. Ол физикалық заңдар уақыт өте келе сақталады және бір сәттен екіншісіне өзгермейді деп болжайды. Мысалы, классикалық механикада уақыттың біртектілігі, егер жүйе уақыттың белгілі бір мезетінде бір күйде болса, онда ол уақыттың кез келген басқа мезетінде сол күйде болатынын білдіреді. Бұл энергия мен импульстің сақталу заңдары сияқты физикалық заңдар уақытқа тәуелсіз екенін білдіреді.

Теориялық механикада негізгі іргелі ұғымдардың бірі энергияның сақталу заңы болып табылады. Бұл заң сыртқы әсерлер жоқ оқшауланған жүйеде жалпы энергия уақыт бойынша тұрақты болып қалады деген пайымдаудан шығады. Жүйенің толық энергиясы оның кинетикалық және потенциалдық энергиясының толық қосындысы екені белгілі. Кинетикалық энергия жүйедегі денелердің қозғалысымен байланысты және осы денелердің массасы мен жылдамдығымен анықталатын болса, ал потенциалдық энергия жүйедегі объектілердің өзара әрекеттесуі арқылы түсіндіріледі және олардың өзара орналасуы мен қасиеттеріне байланысты. Осы орайда, механикада жүйенің энергиясына әсер ететін бірнеше факторлар бар. Мысалы, жүйенің потенциалдық энергиясын өзгерту оның жалпы энергиясына әсер етуі мүмкін. Потенциалды энергия гравитациялық өріс немесе электромагниттік өрістер сияқты басқа объектілерге немесе өрістерге қатысты жүйенің орны немесе әсерлесуімен байланысты өзгереді. Жүйенің күйін ауыстыру немесе өзгерту оның потенциалдық энергиясының өзгеруіне әкелуі мүмкін. Ал, кинетикалық энергияға келетін болсақ, ол заттардың қозғалысымен біржақты байланысты. Нысанның жылдамдығының немесе массасының өзгеруі оның кинетикалық энергиясының өзгеруіне әкелуі мүмкін. Жылдамдық немесе масса ұлғайған кезде кинетикалық энергия артады, ал азайған кезде ол азаяды. Сонымен қатар, сыртқы күштердің жұмысы жүйенің энергиясына да әсер етуі мүмкін. Жұмыс затқа әсер ететін күшпен және объектіні сол күштің бағытымен жылжыту арқылы анықталады. Оң жұмыс жүйенің энергиясын арттырады, ал теріс жұмыс оны азайтады. Энергияның жоғалтуларына келетін болсақ, кейбір жүйелер үйкеліс, кедергі немесе диссипация процестері сияқты сыртқы факторларға байланысты энергия жоғалуына ұшырауы мүмкін. Бұл шығындар уақыт өте келе жүйенің жалпы энергиясының төмендеуіне әкелуі мүмкін. Сыртқы өрістер мен күштер: электрлік, магниттік немесе гравитациялық

өрістер сияқты сыртқы өрістердің әсері, сондай-ақ сыртқы күштердің әсері жүйенің энергиясына әсер етуі мүмкін. Осы өрістермен және күштермен әрекеттесу энергияның әртүрлі формалар арасында ауысуына және жүйенің жалпы энергиясын өзгертуге әкелуі мүмкін. Бұл механикадағы жүйенің энергиясына әсер ететін факторлардың бірнешеуі ғана. Осы факторларды есепке алу физикалық жүйелердегі энергия өзгерістерін талдауға және болжауға мүмкіндік береді.

Энергияның сақталу заңы жүйеге әсер ететін бастапқы жағдайлар мен сыртқы күштерді ескере отырып, ішкі процестердің жай-күйіне үңілмей жүйенің әрекетін сипаттауға және алдын ала тұжырым жасауға мүмкіндік береді. Бұл физикадағы негізгі принциптердің бірі және механика, электродинамика, термодинамика және т.б. сияқты әртүрлі салаларда кеңінен қолданылады.

Тұйық жүйенің Лагранж функциясы біртекті болғандықтан, ол функция уақытқа тәуелді болмайды. Сондықтан Лагранж функциясының уақыт бойынша толық дифференциалы былай жазылады:

$$\frac{dL}{dt} = \sum_i \frac{\partial L}{\partial q_i} \frac{dq_i}{dt} + \sum_i \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \frac{d\dot{q}_i}{dt} \quad (1)$$

Лагранж теңдеуі:

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = 0 \quad (2)$$

(2)-ден  $\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}$  тауып алып, (1) қоямыз.

$$\frac{dL}{dt} = \sum_i \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \dot{q}_i + \sum_i \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \frac{d\dot{q}_i}{dt} = \sum_i \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \dot{q}_i + \sum_i \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \dot{q}_i = \sum_i \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \dot{q}_i; \quad (3)$$

немесе

$$\frac{d}{dt} \left( \sum_i \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \dot{q}_i - L \right) = 0 \quad (4)$$

$$\left( \sum_i \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \dot{q}_i - L \right) = const = E \quad (5)$$

(4)  $E$ -шамасы тұйық жүйенің қозғалысы кезінде өзгеріссіз қалады. Бұл жүйенің энергиясы деп аталады. Энергияның сақталу заңы тек тұйық жүйелер үшін ғана орындалып қоймай, кейде сыртқы өрісте (уақытқа тәуелсіз) болатын жүйелер үшін де орындалады. Энергиялары сақталатын механикалық жүйелер консервативті жүйелер деп аталады. Тұйық жүйе үшін Лагранж функциясы мынадай екенін білеміз:

$$L = T(q, \dot{q}) - U(q) \quad (6)$$

мұндағы  $T$  – жылдамдықтың квадратының функциясы. Осыған Эйлердің біртекті функцияларына арналған теоремасын қолдансақ:

$$\sum_i \dot{q}_i \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = \sum_i \dot{q}_i \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} = 2T \quad (7)$$

Осыны (4) қойсақ:

$$E = 2T(q, \dot{q}) - (T(q, \dot{q}) - U(q)) = T(q, \dot{q}) + U(q) \quad (8)$$

декарттық координаталар жүйесінде:

$$E = \sum_a \frac{m_a v_a^2}{2} + U(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots) \quad (9)$$

Сонымен жүйенің энергиясы екі әртүрлі шамалардың қосындысынан: жылдамдыққа тәуелді кинетикалық энергия мен бөлшектің координатасына тәуелді потенциалдық энергияларының қосындысынан тұрады.

Сондай ақ, кейде өзара әрекеттесу бар белгілі бір физикалық жүйелерде энергияның сақталу заңының уақытша бұзылуы сияқты ерекше жағдайлар кездесуі мүмкін. Осыған сәйкес бұл тарауда олардың кейбір мысалдарын атап өтеміз, бірақ ол мәселелерді келесі курстарда толығырақ қарастыруға тура келеді. Оларға тоқталып өтетін болсақ, мысалы: кванттық ауытқулар - кванттық механикадағы Гейзенбергтің белгісіздік принципіне сәйкес позиция мен импульс сияқты физикалық шамалардың белгілі бір жұптарын бір уақытта дәл өлшеуге шектеулер бар. Нәтижесінде қысқа уақыт аралығында энергияның сақталу заңының аздап бұзылуы байқалуы мүмкін. Алайда мұндай ауытқулар әдетте болып тұрады, ал орташа энергия жалпы жағдайда сақталады. Тағы бір мысалы ретінде космологияда кеңейіп жатқан Ғаламды және қараңғы энергиямен әрекеттесуді қарастырғанда, энергия уақыт бойынша тұрақты емес болып табылады. Бұл Ғаламның жалпы энергиясы кеңістіктің кеңеюіне байланысты уақыт өте келе өзгеруі мүмкін дегенді білдіреді. Дегенмен, нақты физикалық жүйелерде байқалатын шкалаларда энергия сақталады. Ал, сызықты емес жүйелер және диссипативті процестерде турбулентті ағындар, жоғары сызықты емес жүйелер немесе диссипациясы бар жүйелер (мысалы, үйкеліс) сияқты кейбір күрделі физикалық жүйелерде энергия әртүрлі формалар арасында берілуі немесе диссипациялануы мүмкін. Қажетті уақыт шкалаларында энергияның сақталу заңының уақытша бұзылуын байқауға болады. Дегенмен, үлкен уақыт шкалаларында немесе орташа мандерде энергия бәрі бір сақталады. Әрине, энергияның сақталу заңының бұл уақытша бұзылуы сияқты қарастырған мысалдар оның жалпы принциптеріне қайшы келмейтінін түсінуіміз қажет. Сонымен, энергияның сақталу заңының уақытша бұзылғандай болып көрінуі мүмкін физикалық жүйелерде кванттық ауытқулар немесе космологиялық кеңею барысындағы Ғаламның ерекше қасиеттері сияқты әлі де болса тыңғылықты зерттеулерді қажет ететін қосымша факторлар мен шарттар ескеріледі. Сонымен

энергияның сақталу заңының терең іргелі негіздемелері бар және көптеген тәжірибелік бақылаулармен расталған десек те болады. Ол әртүрлі физикалық құбылыстар мен процестерді түсіну және түсіндіруде маңызды рөл атқарады. Оның көмегімен біз жүйе энергиясының өзгерістерін талдап, болжауға, себеп-салдар байланыстарын түсінуге және механикадағы әртүрлі құбылыстарды сипаттау үшін математикалық модельдер құра аламыз.

Қорытындылай келе, энергияның сақталу заңы теорияның негізгі қағидаларының бірі болып табылады.

**Импульстің сақталу заңы.** Тағы бір сақталу заңы кеңістіктің біртектілігінен туындайды. Кеңістіктің біртектілігі оның физикалық заңдар мен қасиеттердің кеңістіктегі жағдайға тәуелсіз екенін білдіретін қасиетін білдіреді. Басқаша айтқанда, жүйе кеңістікте біртекті болса, онда кеңістіктің әртүрлі нүктелеріне ауысқанда оның қасиеттері мен тәртібі өзгермейді. Кеңістіктің біртектілігі теориялық механиканың негізгі симметрияларының бірі болып табылады және физикалық заңдарды жеңілдету және жалпылау үшін қолданылады. Ол физикалық заңдар кеңістіктің барлық нүктелерінде сақталады және қолданылады деп болжайды. Мысалы, классикалық механикада кеңістіктің біртектілігі, егер жүйе кеңістіктің бір нүктесінде белгілі бір күйде болса, онда ол кеңістіктің кез келген басқа нүктесінде де сол күйде болады дегенді білдіреді. Бұл энергия мен импульстің сақталу заңдары сияқты физикалық заңдар кеңістіктегі жағдайға тәуелді емес дегенді білдіреді.

Егер жүйеге сырттан күштер әсер етпесе, онда жүйенің импульсі сақталады. Бұл жүйенің оқиғаға дейінгі жалпы импульсі оқиғадан кейінгі жүйенің жалпы импульсіне тең болады дегенді білдіреді. Жүйедегі әрбір жеке объектінің импульсі өзгеруі мүмкін, бірақ олардың қосындысы тұрақты болып қалады. Бұл принцип әсер және қарсы әсер заңына негізделген, яғни сәйкес әрбір әсер мәні бойынша бірдей, бірақ бағытты бойынша қарама-қарсы күштерді тудырады. Мысалы, жүйедегі бір объект оң импульске ие болса, онда басқа объект бірдей абсолютті мәнге ие, бірақ қарама-қарсы бағыттағы импульс алады.

Тұйық жүйенің біртектілігінен оның механикалық қасиеттері осы жүйені кеңістікте кез-келген бағытта параллель көшірсек өзгермейді.

$L$  – Лагранж функциясы өзгермейтіндей етіп шексіз аз  $\vec{\varepsilon}$  көшіруін қарастырамыз.

Параллель көшіру дегеніміз кеңістіктің барлық нүктелері түрлендіру кезінде бірдей қашықтыққа орын ауыстырады дегені, мысалы:

$$\vec{r}_a \rightarrow \vec{r}_a + \vec{\varepsilon} \quad (10)$$

Жылдамдығы өзгермейтіндей болып координатаның өте аз қашықтыққа орын ауыстыруы кезіндегі Лагранж функциясы  $L$ -дің өзгерісі былай жазылады:

$$\delta L = \sum_a \frac{\partial L}{\partial r_a} \delta r_a = \varepsilon \sum_a \frac{\partial L}{\partial r_a} \quad (11)$$

Жүйенің барлық материалдық нүктелерінің қосындысын қарастырамыз.  $\bar{\varepsilon}$  -ні қалауымызша ала алғандықтан,  $\delta L = 0$  деп ала аламыз:

$$\sum_a \frac{\partial L}{\partial r_a} \delta r_a. \quad (12)$$

Лагранж теңдеулерінен:

$$\frac{\partial L}{\partial r_a} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial v_a} = 0, \quad (13)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial v_a} = \frac{\partial L}{\partial r_a}. \quad (14)$$

(11) қоямыз:

$$\sum_a \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial v_a} = \frac{d}{dt} \sum_a \frac{\partial L}{\partial v_a} = 0 \quad (15)$$

болса,

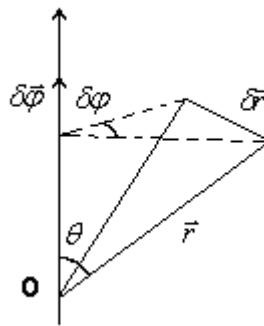
$$\frac{\partial L}{\partial v_a} = \text{const} = P; \quad (16)$$

$$\vec{P} = \sum_a \frac{\partial L}{\partial \vec{v}_a} \quad (17)$$

$\vec{P}$  – импульс деп аталады. Ол жүйе қозғалысқа түскенде өзгеріссіз қалады. Кеңістіктің біртектілігі физиканың әртүрлі салаларында, соның ішінде классикалық механикада, электродинамикада, гравитацияда және кванттық механикада маңызды рөл атқарады. Импульстің сақталу заңы физикадағы негізгі принциптердің бірі болып табылады және көптеген практикалық жағдайларда қолданылады. Міне, оны қолданудың кейбір мысалдары: Импульстің сақталу заңы қозғалтқыштарды, автомобильдерді, ұшақтарды және басқа көліктерді жобалау және басқару кезінде қолданылады. Дененің траекториялары мен жылдамдықтарын есептеу кезінде күштердің әсерінен импульстің өзгеруі ескеріледі және де соқтығыстар мен әсерлерді талдауда импульстің сақталу заңы қолданылады. Ол денелердің бастапқы жылдамдықтары мен массаларына сүйене отырып, соқтығысудан немесе соққыдан кейінгі денелердің соңғы жылдамдықтарын анықтауға мүмкіндік береді. Ол өзара әрекеттесу нәтижесінде объектілер арасында энергия мен импульс қалай бөлінетінін анықтауға көмектеседі. Сонымен қатар, зымырандық және ғарыштық ұшулар ғылымында қозғалу жүйелерін анықтауда және зымыран импульсінің өзгеруін есептеуде импульстің сақталу заңы маңызды рөл атқарады. Ол ғарыш кеңістігінде қажетті траекториялар мен маневрлерге қол жеткізуге мүмкіндік береді. Планеталардың, олардың серіктерінің және басқа да аспан объектілерінің қозғалысын зерттегенде олардың орбиталарын және тартылыс күштерімен әрекеттесу кезіндегі жылдамдығының өзгеруін анықтау үшін импульстің сақталу заңы

қолданылады. Бұл импульстің сақталу заңын практикалық жағдайларда қолданудың кейбір мысалдары ғана. Ол физиканың, техниканың және ғылымның көптеген салаларында кеңінен қолданылады, мұнда денелер мен жүйелер өзара әрекеттескенде импульстің өзгеруін түсіну және ескеру маңызды. Оны пайдалану физикалық заңдылықтар мен модельдерді оңайлатуға және жалпылауға мүмкіндік береді, бұл оларды физикалық әлемді зерттеу және түсіну үшін қолдануға ыңғайлы және ыңғайлы етеді.

**Импульс моменті сақталу заңы.** Кеңістіктің изотроптығынан пайда болатын сақталу заңын қорытамыз. Кеңістіктің изотроптығы дегеніміз тұйық жүйенің механикалық қасиеттері сол жүйені кеңістікте кез келген бағытта бұрғанда өзгермейді. Осыған байланысты жүйенің шексіз аз бұрылуын қарастырамыз да, осы жүйенің Лагранж функциясы өзгермейтіндей етіп аламыз.  $\delta\vec{\varphi}$  – шексіз аз бұрылу векторын енгіземіз. Оның абсолюттік шамасы  $\delta\varphi$  – бұрылу бұрышына тең, ал бағыты бұрылу осімен сәйкес болады.



Сурет 15.

Осы қарастырылып отырған кеңістіктің кез келген бір материалдық нүктесінің бұрылуының радиус векторының өзгерісін жазамыз:

$$|\delta r| = r \cdot \sin \delta\varphi = l \delta\varphi, \quad (18)$$

себебі

$$\delta\varphi \ll 1 \Rightarrow \varphi = 1; \quad l = r \sin \theta. \quad (19)$$

Сонымен

$$|\delta r| = r \sin \theta \delta\varphi \quad (20)$$

ал бағыты бойынша жазсақ:

$$\delta \vec{r} = [\delta \vec{\varphi} \cdot \vec{r}] \quad (21)$$

Жүйенің бұрылуы кезінде радиус векторының тек бағыты ғана өзгеріп қоймай, олардың жылдамдықтары да өзгереді. Сонымен қатар осы барлық векторлар бірдей заң арқылы өзгереді:

$$\delta\vec{V} = [\delta\vec{\varphi} \cdot \vec{v}] \quad (23)$$

осы мәндерді Лагранж функциясының бұрылу кезіндегі сақталу шартына қоямыз:

$$\delta L = \sum_a \left( \frac{\partial L}{\partial \vec{r}_a} \delta \vec{r}_a + \frac{\partial L}{\partial \vec{v}_a} \delta \vec{v}_a \right) = 0 \quad (24)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \vec{v}_a} = \vec{P}_a \quad \text{және} \quad \frac{\partial L}{\partial \vec{r}_a} = \dot{\vec{P}}_a \quad (25)$$

ескерсек:

$$\sum_a \left( \dot{\vec{P}}_a \cdot \delta \vec{r}_a + \vec{P}_a \cdot \delta \vec{v}_a \right) = 0 \quad (26)$$

$$\sum_a \left( \dot{\vec{P}}_a [\delta \vec{\varphi} \cdot \vec{r}_a] + \vec{P}_a [\delta \vec{\varphi} \cdot \vec{v}_a] \right) = 0 \quad (27)$$

Циклдік орын алмастыру арқылы  $\delta\vec{\varphi}$ -ді сумманың алдына шығаруға мүмкіндік жасаймыз:

$$\delta\vec{\varphi} \sum_a \left( \vec{r}_a \cdot \dot{\vec{P}}_a + [\vec{v}_a \cdot \vec{P}_a] \right) = \delta\vec{\varphi} \frac{d}{dt} \sum_a [\vec{r}_a \cdot \vec{P}_a] = 0. \quad (28)$$

$\delta\vec{\varphi}$  - қалауымызша ала аламыз. Сондықтан

$$\frac{d}{dt} \sum_a [\vec{r}_a \cdot \vec{P}_a] = 0. \quad (29)$$

Яғни тұйық жүйе қозғалысы кезінде

$$\vec{M} = \sum_a [\vec{r}_a \cdot \vec{P}_a] = const \quad (30)$$

сақталады.

(30) – жүйенің *импульс моменті* немесе *моменті* деп аталады. Бұл шама аддитивті болып табылады. Өйткені, жүйенің күйі бұл бөлшектердің арасында өзара әсерлесу бар ма, жоқ па, оған байланысты емес.

Сонымен тұйық жүйенің жеті қозғалыс интегралы бар. Олар: энергия және импульс пен моменттің үш-үштен алған құраушылары (алты қозғалыс интегралы).

Момент туралы айтқанда бөлшектің радиус-векторы жайында айтылып отыр. Ал радиус-вектордың мәні санақ жүйесіне қатысты анықталады.



Бастапқы нүктеден  $\vec{a}$  қашықтықта қалып отырған нүктенің  $\vec{r}_a$  және  $\vec{r}'_a$  радиус-векторлары арасындағы қатынас мынаған тең:

$$\vec{r}_a = \vec{r}'_a + \vec{a}. \quad (31)$$

Сондықтан:

$$\vec{M} = \sum_a [\vec{r}_a \cdot \vec{P}_a] = \sum_a [\vec{r}'_a \cdot \vec{P}_a] + \left[ \vec{a} \sum_a \vec{P}_a \right], \quad (32)$$

немесе

$$\vec{M} = \vec{M}' + [\vec{a} \vec{P}]. \quad (33)$$

Егер  $\vec{P} = 0$  болса, яғни жүйе тыныштықта болса, оның моменті координата басын таңдауға тәуелді болмайды. Ал шынында тұйық жүйе үшін импульс сақталғандықтан мұндай анықталмағандықтың осы моменттердің сақталуында мағынасы жоқ болады.

Әр түрлі  $K$  және  $K'$  санақ жүйесіндегі импульс моменттерінің мәндерін байланыстыратын формуланы қорыталық.  $K'$  инерциалды санақ жүйесі  $K$  санақ жүйесіне қарағанда  $\vec{v}$  жылдамдықпен қозғалады.  $K$  және  $K'$  инерциалды санақ жүйелерінің координаталары берілген уақытта сәйкес келгендіктен жылдамдықтары да сәйкес келеді:

$$\vec{v}_a = \vec{v}'_a + \vec{V}, \quad (34)$$

$$\vec{M} = \sum_a m_a [\vec{r}_a v_a] = \sum_a m_a [\vec{r}_a v'_a] + \sum_a m_a [\vec{r}_a \vec{V}]. \quad (35)$$

Өрнектің оң жағындағы бірінші қосынды  $M'$ , яғни  $K'$  санақ жүйесіндегі момент. Ал екінші жағындағы

$$\vec{R} = \frac{\sum_a m_a \vec{r}_a}{\sum_a m_a} \quad (36)$$

қосындыда инерция центрін ескере отырып:

$$\vec{M} = \vec{M}' + \mu [\vec{R} \vec{V}]. \quad (37)$$

Бұл формула импульс моментінің бір жүйеден екінші жүйеге өткен кездегі түрленуін береді.  $\vec{V}$  – инерция центрінің жылдамдығы болса,  $\mu \vec{V}$  – толық импульс болып табылады:

$$\vec{M} = \vec{M}' + [\vec{R} \cdot \vec{P}]. \quad (38)$$

Сонымен, теориялық механикада импульстің, бұрыштық импульс моментінің және энергияның сақталу заңдары маңызды рөл атқарады. Олар физикалық жүйелердің негізгі қасиеттерін сипаттайды және динамикасын

анықтайды. Алайда бұл заңдар кеңістік пен уақыт симметрияларымен тығыз байланысты болып табылады.

Кеңістік пен уақыттың симметриясы физикалық құбылыстардың кеңістік пен уақыттың белгілі бір түрленуі кезінде өзгермейтінін білдіреді. Мысалы, айналуға қатысты симметрия жүйе берілген ось маңында айналғанда физикалық құбылыстардың өзгермейтінін білдіреді. Ығысуға қатысты симметрия болса, жүйенің берілген кеңістікте қозғалғанда физикалық құбылыстардың өзгермейтінін білдіреді.

Сақталу заңдары кеңістік пен уақыттың симметрияларымен байланысты. Мысалы, импульстің сақталу заңы кеңістіктің тасымалдауға қатысты симметриясымен, ал энергияның сақталу заңы уақыт симметриясымен байланысты. Бұрыштық импульстің сақталу заңы жүйенің айналуына қатысты кеңістіктің симметриясымен байланысты.

Кванттық механикада сақталу және симметрия заңдарының маңызы ерекше. Мысалы, энергияның сақталу заңы және уақыт симметриясы кейбір кванттық жүйелерде бұзылуы мүмкін. Бұл кванттық фазалық ауысулар және кванттық критикалық құбылыстар сияқты қызықты физикалық құбылыстарға әкелуі мүмкін.

Өзін-өзі бақылауға арналған тапсырмалар мен сұрақтар

1. Лагранж мен Гамильтон формализмінде энергияның сақталу заңы қалай өрнектеледі?
2. Ең аз әрекет принципі қалай тұжырымдалған және ол жүйенің энергиясымен қалай байланысты?
3. Қандай физикалық жүйелер энергияның сақталу заңының уақытша бұзылуына әкелуі мүмкін және неге?
4. Импульстің сақталу заңы қандай координаталар жүйесінде қолданылады?
5. Импульстің сақталу заңы әсер мен ең аз әсер принципімен қалай байланысқан?
6. Импульстің сақталу заңы практикалық жағдайларда қалай қолданылады?
7. Инерция центрі радиус векторы өрнегін жазыңыз.
8. Келтірілген масса ұғымын түсіндіріңіз.
9. Инерция центрі дегеніміз не және ол қатты дененің қозғалысымен қалай байланысты?
10. Денелер жүйесінің қозғалысын сипаттау үшін келтірілген масса қалай қолданылады?

Қолданылған әдебиет

1. N. Beissen, H. Quevedo. Lecture Course on Theoretical Mechanics. – Учебное пособие на английском языке под грифом УМО РУМС и МОН РК

для студентов университетов по специальностям «Физика» и «Ядерная физика». Алматы, Қазақ университеті, 2017. 9,75 п.л.

2. М.Е. Абишев, Н.Ә. Бейсен. – Теориялық физиканың таңдаулы тараулары: оқу құралы. Алматы: Қазақ университеті, 2018 – 228 б.

3. Теориялық механика: оқулық / Н.Ә. Бейсен. – Алматы: Қазақ университеті, 2023. – 18,5 б.т. ISBN 978-601-04-6387-5